

## 2.5 Funktionsschaltungen

Mit Operationsverstärkern lassen sich einige Funktionen realisieren, die mit diskreten Bauelementen aufwendig oder nur mit großen Unzulänglichkeiten herzustellen sind. Manchmal wird die Realisierung auch einfacher.

### 2.5.1 Komparator

Komparatoren sind Kippschaltungen, die je nach Eingangssignal nur zwei verschiedene Ausgangssignale haben.

Ein Operationsverstärker ohne Gegenkopplung ist ein einfacher Komparator.

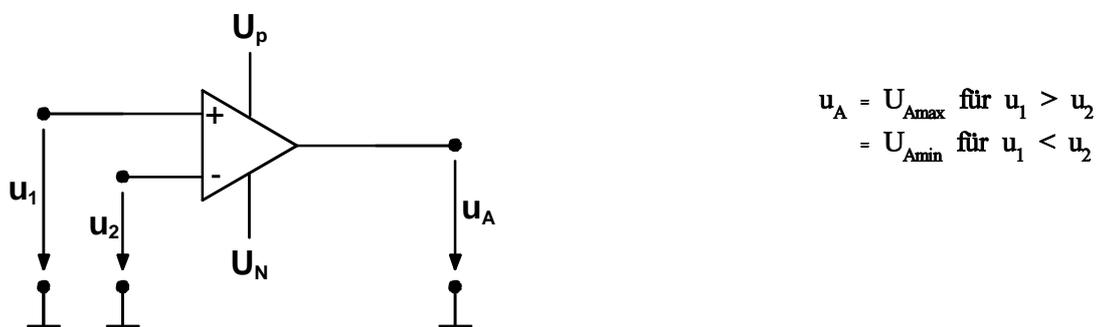


Bild 2.41 Operationsverstärker als Komparator

Die sehr hohe Leerlaufverstärkung z.B.  $v_D = 10^5$  bedingt, dass  $u_D = 0,1 \text{ mV}$   $U_A = 10V$  ergibt.

Allgemein müssen wir in den Transistoren noch Spannungsabfälle und Diodenschwellspannungen berücksichtigen, so dass wir erhalten:

$$U_{Amax} \approx U_P - 1,5V \quad (13,5V \text{ bzw. } -13,5V \text{ für } \pm 15V)$$

$$U_{Amin} \approx U_N + 1,5V$$

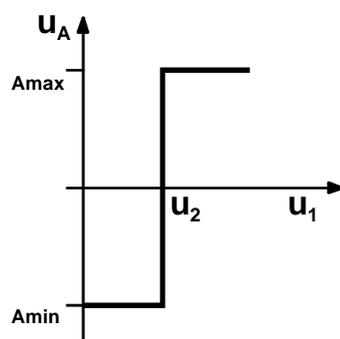


Bild 2.42 Kennlinie eines Komparators

Infolge eines hohen Eingangssignals tritt eine Übersteuerung des Verstärkers auf. Deshalb sind

bei schnellen Signalwechseln Erholzeiten (Speicherzeit bei bipolaren Transistoren) notwendig.

Bei einem Signalwechsel am Eingang springt die Ausgangsspannung nicht, sondern sie hat eine begrenzte Anstiegsrate (Slew Rate) infolge einer Frequenzkorrektur (z.B.  $du_A/dt = 1V/\mu s$  ergeben  $27 \mu s$  für eine Wechsel von  $-13,5V$  auf  $+13,5V$ ). Ohne Frequenzkorrektur ist eine Verbesserung etwa um den Faktor 20 der Slew Rate und der Erholzeit möglich.

Spezielle Komparatoren sind für einen Betrieb ohne Gegenkopplung konzipiert, d.h. sie haben kleine Erholzeiten. Außerdem werden die Ausgangsstufen mit einem Pegelumsetzer kombiniert, so dass der Pegel der Ausgangsspannung zwischen 0 und 10V oder 0 und 5V liegt.

Durch eine äußere Beschaltung mit Hilfe einer Diode kann der Pegel ebenfalls angepasst werden.

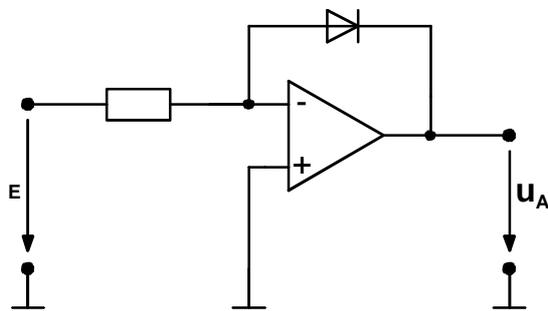


Bild 2.43 Komparator mit einseitig begrenztem Ausgangspegel

Wenn ein Signal  $u_E$  nur im Bereich von vorgegebenen Pegeln wirksam werden soll, so ist dies mit einem Fensterkomparator nach Bild 2.44 zu realisieren.

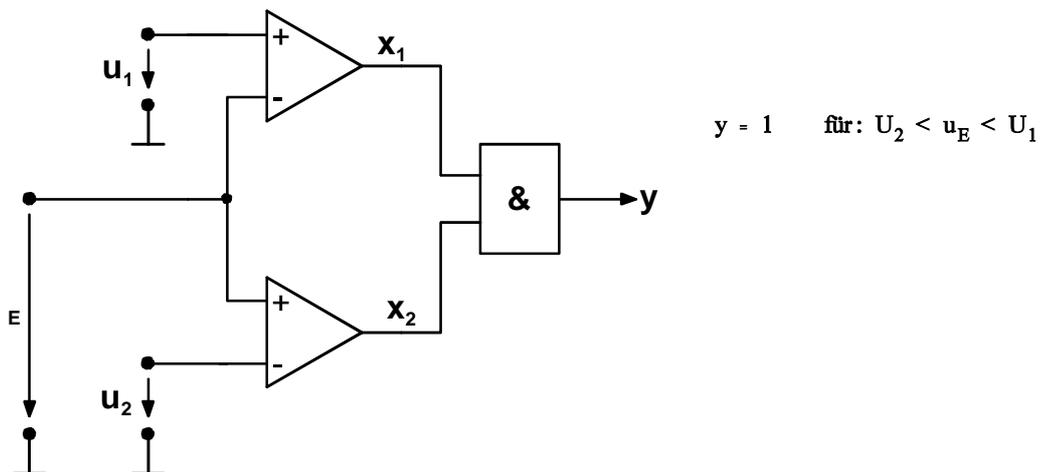


Bild 2.44 Fensterkomparator

## 2.5.2 Schmitt-Trigger

Der Schmitt-Trigger ist ein Komparator mit Schalthysterese. Durch Mitkopplung über einen Spannungsteiler wird die Ein- und Ausschaltbedingung festgelegt.

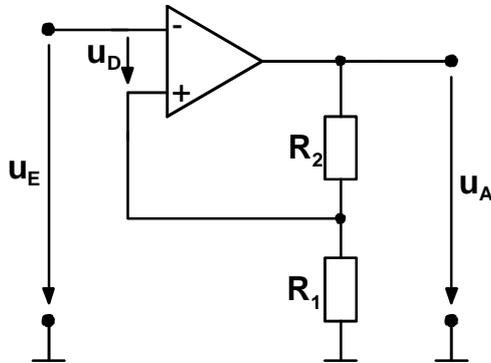


Bild 2.45 Invertierender Schmitt-Trigger

$$u_A = U_{Amin} \text{ für } u_D > 0$$

$$= U_{Amax} \text{ für } u_D < 0$$

$$u_D = u_E - k \cdot u_A \approx 0 \quad k = \frac{R_1}{R_1 + R_2}$$

$$\text{Einschaltpegel : } u_{Eein} = \frac{R_1}{R_1 + R_2} \cdot U_{Amin}$$

$$\text{Ausschaltpegel : } u_{Eaus} = \frac{R_1}{R_1 + R_2} \cdot U_{Amax}$$

$$\text{Schalthysterese : } \Delta u_E = \frac{R_1}{R_1 + R_2} (U_{Amax} - U_{Amin})$$

Die Schaltung ist nur stabil, wenn die Schleifenverstärkung  $g > 1$  ist.

$$g = v_D \cdot k > 1$$

Damit ist die in Bild 2.46 gezeichnete Übertragungslinie gegeben.

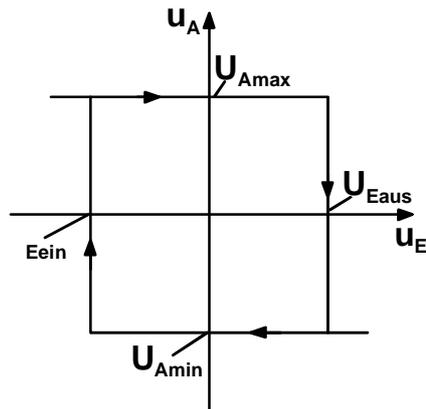


Bild 2.46 Übertragungskennlinie des Schmitt-Triggers

Unter Verwendung von Schmitt-Triggern können Störeinflüsse durch überlagerte Spannungen unterdrückt werden. Es tritt jedoch eine Phasenverschiebung z.B. bei der Abtastung des Nulldurchgangs auf.

Soll das Ausgangssignal gegenüber dem Eingang nichtinvertierend sein, so ist das Eingangssignal an den nichtinvertierenden Eingang zu legen.

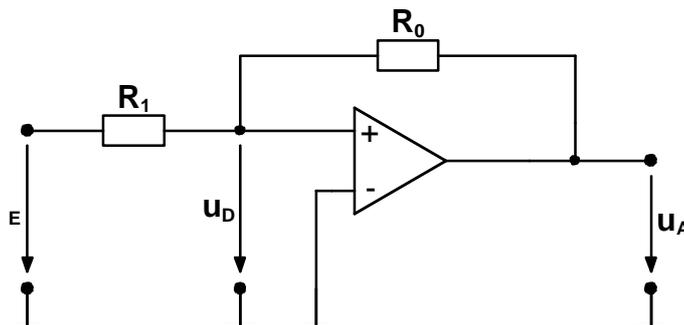


Bild 2.47 Nichtinvertierender Schmitt-Trigger

$$\begin{aligned}
 u_A &= U_{Amin} \text{ für } u_D < 0 && \text{(aus)} \\
 &= U_{Amax} \text{ für } u_D > 0 && \text{(ein)}
 \end{aligned}$$

$$\text{Schalthysterese : } \Delta u_E = \frac{R_1}{R_0} (U_{Amax} - U_{Amin})$$

Da  $U_{Amax}$  und  $U_{Amin}$  bei Operationsverstärkern nicht besonders definiert und nicht präzise sind, ist die Schaltwelle und Hysterese der einfachen Schmitt-Trigger-Schaltung mit großer Streuung verbunden.

Für höhere Anforderungen wird ein Präzisions-Schmitt-Trigger bestehend aus zwei Komparatoren und je einem NAND-Glied in den Ausgängen verwendet. An den Komparatoren werden die Schaltschwellen eingestellt.

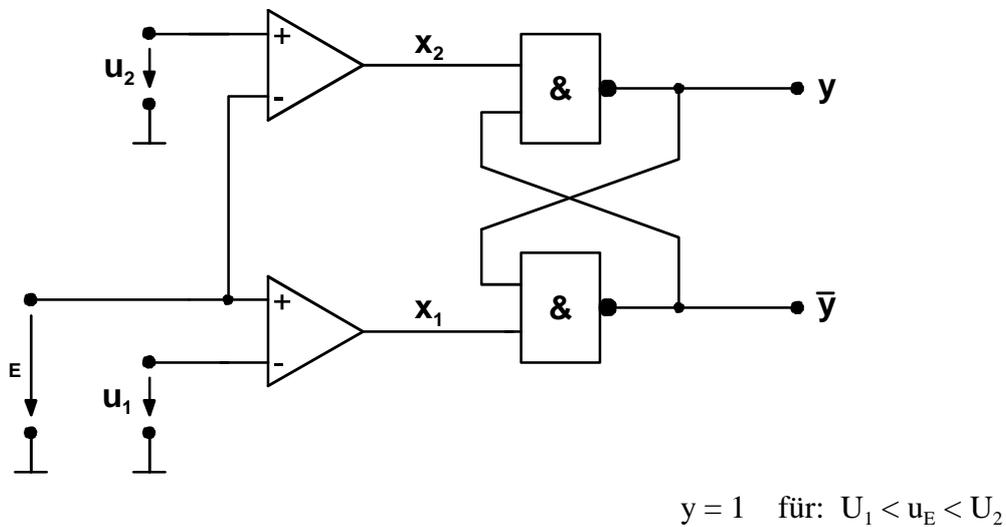


Bild 2.48 Präzisions-Schmitt-Trigger

Vorteil: Die Schaltschwellen  $U_1$  und  $U_2$  können getrennt eingestellt werden.

### 2.5.3 Asymmetrischer Verstärker

Mit Hilfe von Dioden, Transistoren oder Feldeffekttransistoren kann die Kennlinie eines Verstärkers beeinflusst werden. Beispiel: Verstärkung für positive und negative Eingangsspannung wird unterschiedlich gemacht.

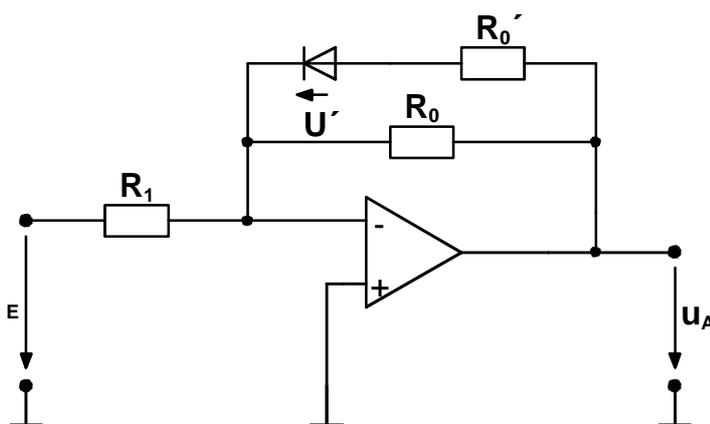


Bild 2.49 Asymmetrischer Verstärker

Für  $R_0' \ll R_0$  gilt:

$$u_E > 0: \quad u_A = -\frac{R_0}{R_1} \cdot u_E \quad u_E < 0: \quad u_A = -\frac{R_0'}{R_1} \cdot u_E + U'$$

Für beliebige  $R_0$  gilt mit  $U_D \approx 0$  für den Knotenpunkt des invertierenden Eingangs:

$$\begin{aligned} \frac{u_E}{R_1} &= -\frac{u_A}{R_0} - \frac{u_A - U'}{R_0'} \\ &= -\frac{u_A}{R_0} - \frac{u_A}{R_0'} + \frac{U'}{R_0'} = -u_A \cdot \frac{R_0 + R_0'}{R_0 \cdot R_0'} + \frac{U'}{R_0'} \\ u_A &= -u_E \cdot \frac{R_0 \cdot R_0'}{R_1(R_0 + R_0')} + U' \cdot \frac{R_0}{R_0 + R_0'} \left( \frac{R_0'}{R_1} - U' \right) \end{aligned}$$

Je nach dem gewünschten Wert der Schwellspannung  $U'$  können Dioden, Hot-carrier-Dioden oder Z-Dioden verwendet werden.

Ohne Widerstand  $R_0'$  wird  $u_A = U'$ .

Eine Rückführung des Verstärkers durch nichtlineare Bauelemente ist die Grundlage für beliebige Funktionsnetzwerke.

## 2.5.4 Asymmetrischer Integrator

Der asymmetrische Integrator ist wie der asymmetrische Verstärker aufgebaut, der Kondensator wird für eine Spannungsrichtung von einer Diode kurzgeschlossen.

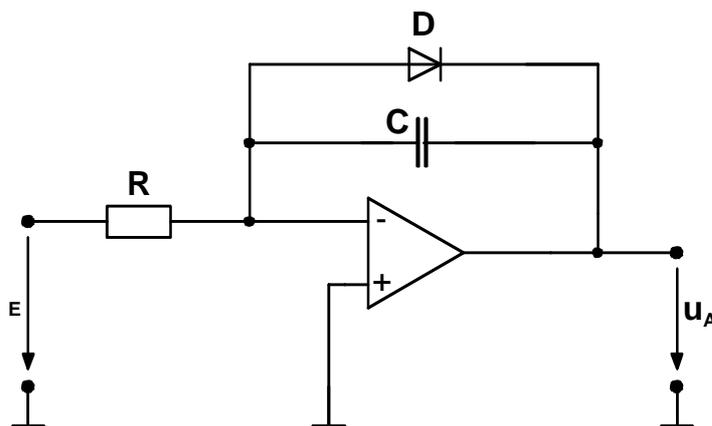


Bild 2.50 Asymmetrischer Integrator

Die Integration wird nicht generell von der Diode beeinflusst, sondern sie ist abhängig von den Anfangsbedingungen.

Ähnliches "Klemmen" kann mit Zenerdioden erfolgen, damit die Integration stabil begrenzt und

der Verstärker nicht übersteuert wird.

### 2.5.5 Exponential-Verstärker

Nichtlineare Bauelemente können auch auf Grund ihrer physikalischen Funktion zur Bildung der Verstärkerkennlinie eingesetzt werden.

Ein einfaches Elektronikbauelement mit exponentieller Funktion ist die Diode.

$$i_D = I_{RS} \cdot (1 - e^{-\frac{u_E}{U_T}}) \quad I_{RS} = \text{Sperrstrom (negativ)}$$

Für  $u \geq 4 U_T$  gilt die Näherung:

$$i_D = - I_{RS} e^{\frac{u_E}{U_T}}$$

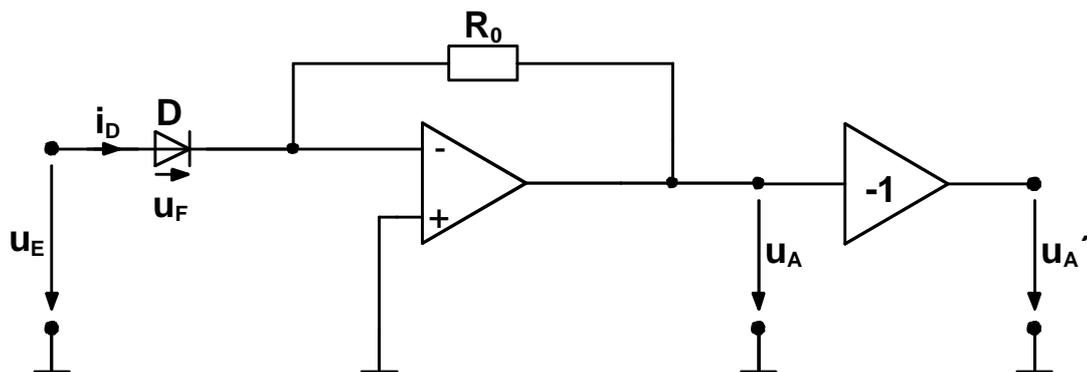


Bild 2.51 Exponential-Verstärker

$$-\frac{u_A}{R_0} = i_D = |I_{RS}| \cdot e^{\frac{u_E}{U_T}} \quad U_D = 0 \rightarrow u_F = u_E$$

$$u_A = -R_0 \cdot |I_{RS}| \cdot e^{\frac{u_E}{U_T}} \quad u_A \text{ negativ für positiv } u_E$$

Für eine negative Eingangsspannung  $u_E$  (positive Ausgangsspannung  $u_A$ ) muss die Diode umgedreht werden. Eine Exponentialfunktion für beide Richtungen erhält man durch antiparallele Dioden. Die Diode ist ein Widerstand, der sich differentiell ändert. Damit erhält man einen Verstärker mit variabler Verstärkung.

Nachteilig ist bei diesem einfachen Exponentialverstärker die Wirkung des Eingangsstromes und der Temperatur ( $I_{RS} = f(T)$ ). Deshalb wird ein Transistor anstelle der Diode verwendet.

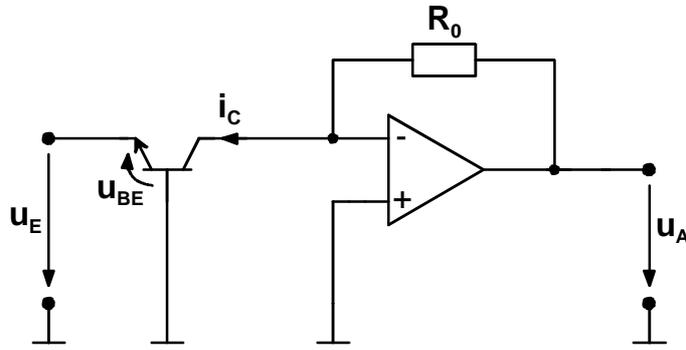


Bild 2.52 Exponentialverstärker mit Transistor

$$i_c = I_{CS} \cdot e^{\frac{u_{BE}}{U_T}} \quad U_D \approx 0 \rightarrow u_{CB} = 0$$

$$i_c = I_{CS} \cdot e^{\frac{-u_E}{U_T}} \quad u_E = -u_{BE}$$

$$u_A = R_0 \cdot I_{CS} \cdot e^{\frac{-u_E}{U_T}}$$

Einen temperaturkompensierten Exponentialverstärker erhält man, wenn der Eingangstransistor Teil einer Differenzverstärkerstufe mit Stromquelle ist.

### 2.5.6 Logarithmischer Verstärker

Eine Umkehrung des Exponentialverstärkers erhält man, wenn man die Diode oder den Transistor in den Rückkoppelzweig des Verstärkers legt. Die in dem Bild 2.53 angegebenen Schaltungen gelten für  $u_E > 0$ .

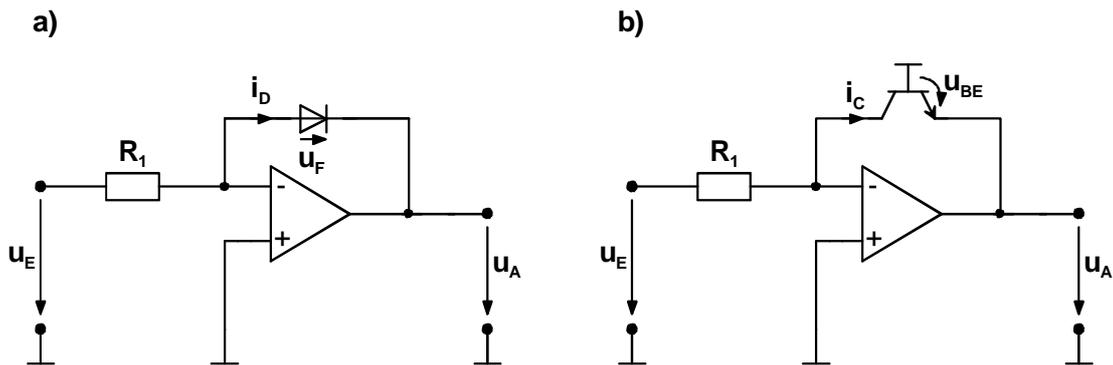


Bild 2.53 Logarithmischer Verstärker

a)

$$i_D = |I_{RS}| \cdot e^{\frac{u_F}{U_T}} \quad (u_F \geq 4U_T)$$

b)

$$i_c = I_{CS} \cdot e^{\frac{u_{BE}}{U_T}}$$

Für  $U_D = 0$ :  $u_F = -u_A$

$$\frac{U_E}{R_1} = i_D = |I_{RS}| \cdot e^{\frac{-u_A}{U_T}};$$

$$\ln \frac{u_E}{R_1 |I_{RS}|} = \frac{-u_A}{U_T}$$

$$u_A = - U_T \ln \frac{u_E}{R_1 |I_{RS}|}$$

$u_{BE} = -u_A$

$$\frac{U_E}{R_1} = I_{CS} \cdot e^{\frac{-u_A}{U_T}}$$

$$\ln \frac{u_E}{R_1 \cdot I_{CS}} = \frac{-u_A}{U_T}$$

$$u_A = - U_T \cdot \ln \frac{u_E}{R_1 I_{CS}}$$

Beim Transistor tritt keine Verfälschung durch den Transistorsperrstrom auf, da  $U_{CB} = 0$  ist. Der Basisstrom fließt zur Masse ab.

Der Transistor verstärkt die Schleifenverstärkung der gegengekoppelten Schaltung, was bei kleinen Signalen, wenn die Verstärkung groß ist, zum Schwingen führen kann (Abhilfe durch Emitterwiderstand).

Die Schaltungen sind nicht verwendbar für  $\frac{u_E}{R_1 \cdot I_{RS}}$  bzw.  $\frac{u_E}{R_1 \cdot I_{CS}} \leq 1$ .

## 2.5.7 Sinus- und Cosinus-Funktionsbilder

Im Gegensatz zu kontinuierlichen Schwingungen ist hier die Funktion  $u_A = \hat{u}_A \cdot \sin f(u_E)$  oder  $u_A = \hat{u}_A \cdot \cos f(u_E)$  gesucht. Eine Anwendung findet man z.B. in Stromrichtergeräten ( $u_{di\alpha} = u_{dio} \cdot \cos \alpha$ ).

Es genügt allgemein, die Funktion im Bereich  $0 \leq \alpha \leq \pi$  oder  $-\frac{\pi}{2} \leq \alpha \leq +\frac{\pi}{2}$  abzubilden.

Physikalische Gesetzmäßigkeiten, die beim Exponential- oder logarithmischen Verstärker verwendet werden konnten, können hier nicht ausgenutzt werden. Die Funktion muss stückweise approximiert werden.

## Sinusfunktion:

$$u_A = \hat{u}_A \cdot \sin\left(\frac{\pi}{2} \frac{u_E}{\hat{u}_E}\right)$$

oder

$$\frac{u_A}{\hat{u}_A} = \sin\left(\frac{\pi}{2} \frac{u_E}{\hat{u}_E}\right)$$

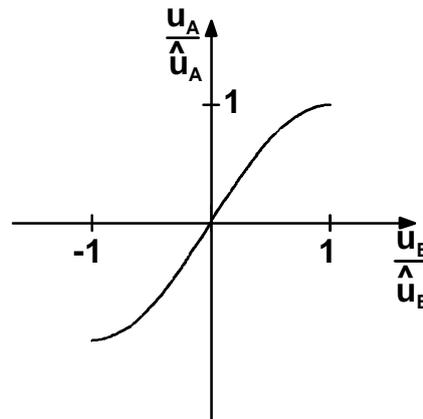


Bild 54

Sinusfunktion

Der Wert für  $\hat{u}_A$  muss aus Werten in Nullpunktsnähe bestimmt werden:

$$\frac{d\left(\frac{u_A}{\hat{u}_A}\right)}{d\left(\frac{u_E}{\hat{u}_E}\right)} = \frac{\pi}{2} \cdot \cos\left(\frac{\pi}{2} \frac{u_E}{\hat{u}_E}\right) \quad \text{für } \frac{u_E}{\hat{u}_E} \rightarrow 0 \quad \rightarrow \frac{\pi}{2}$$

d.h. für kleine Funktionswerte wird:

$$u_A = \hat{u}_A \cdot \frac{\pi}{2} \cdot \frac{u_E}{\hat{u}_E}$$

Es wird in Nullpunktsnähe zweckmäßig gewählt  $u_A = u_E$  ( $\rightarrow v = 1$ ), daraus folgt:

$$\hat{u}_A = \frac{2}{\pi} \cdot \hat{u}_E \quad (\rightarrow v < 1)$$

Zur Realisierung erhält man zwei Möglichkeiten:

- die Verstärkung stückweise senken
- das Eingangssignal stückweise dämpfen.

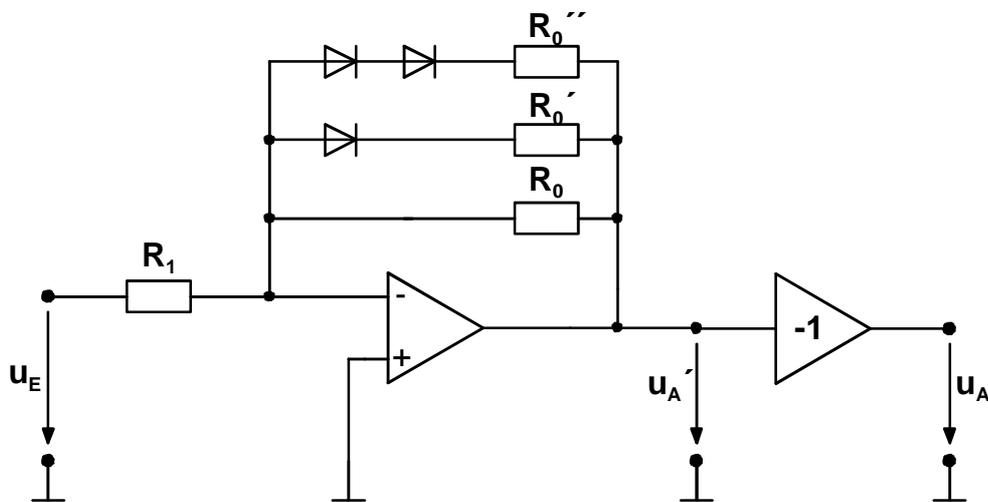


Bild 2.55 Sinus-Funktionsbildner mit  $v = f(u_E)$

Für negative Eingangsspannungen  $u_E$  werden die Dioden invertiert oder antiparallel geschaltet. Für höhere Spannungswerte können auch Zenerdioden verwendet werden. Für  $\hat{u}_E$  ist eine totale Begrenzung durch Dioden notwendig.

Bei Verwendung von gleichen Dioden (Symmetrie) treten keine geraden Oberschwingungen auf, es ist keine Einstellung zwischen positiver und negativer Halbschwingung notwendig.

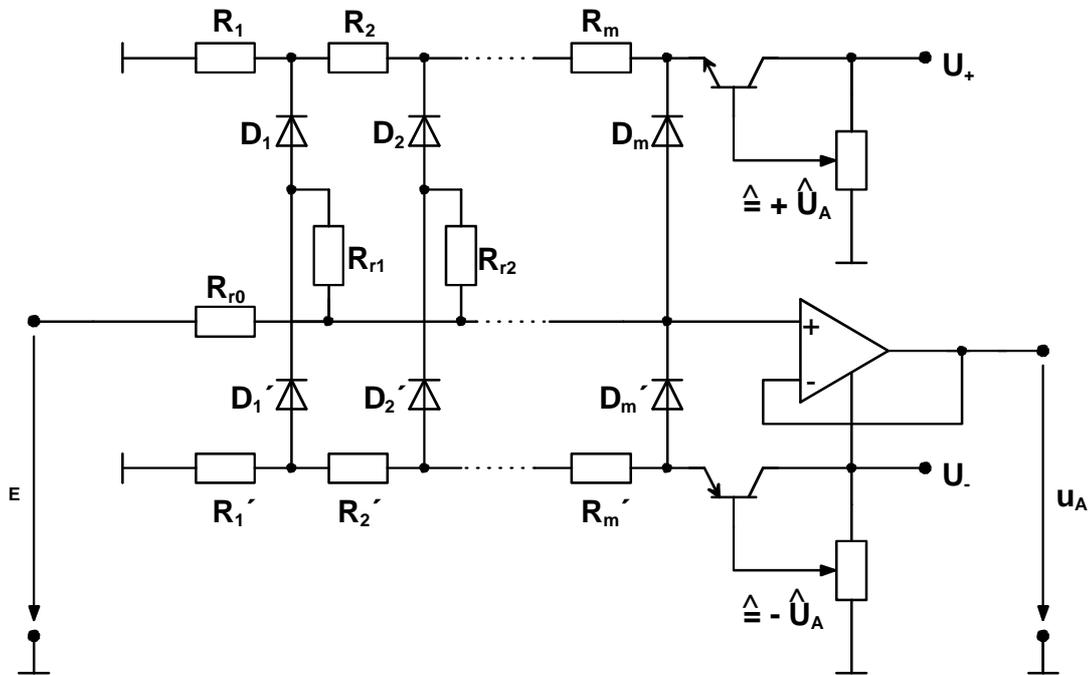


Bild 2.56 Sinusfunktionsbildner mit stückweise gedämpften Eingangssignalen

Bild 2.56 zeigt eine Schaltung mit stückweise gedämpften Eingangsspannungen. Die Knickpunkte der zu bildenden Kurve liegen an fest eingestellten Spannungsteilern. Die Transistoren in Kollektorschaltung stellen belastbare Spannungsteiler dar.  $\hat{u}_E$  wird an der Basis des Emitterfolgers eingestellt, da  $U_{BE} = U_{Dm}$  ist. Der Operationsverstärker arbeitet nur als Spannungsfolger.

### Cosinusfunktion:

Zweckmäßig wird die Funktion im Bereich  $0 \leq \alpha \leq \pi$  gewählt. In Bild 2.54 hat  $u_A'$  die Funktion:

$$u_A = \hat{u}_A \cdot \cos \frac{\pi}{2} \left( \frac{u_E}{\hat{u}_E} + 1 \right) = -\hat{u}_A \sin \left( \frac{\pi}{2} \frac{u_E}{\hat{u}_E} \right)$$

Das Eingangssignal muss also um  $u_E/\hat{u}_E = 1$  verschoben werden. Diese Signaladdition kann nicht am Funktionsverstärker, sondern an einem vorgeschalteten Summierer erfolgen, so dass man erhält:

$$u_E' = u_E - \hat{u}_E$$

Zur Vollaussteuerung von 0 bis  $\pi$  ( $0^\circ - 180^\circ$ ) sind  $2 \hat{u}_E$  notwendig; folgende Funktion ist zu bilden:

$$u_E'' = 2u_E - \hat{u}_E.$$

Die Schaltung arbeitet in folgendem Signalbereich:  $0 \leq u_E \leq \hat{u}_E$ . Sowohl für den Funktionsgeber nach Bild 2.55 als auch nach Bild 2.56.

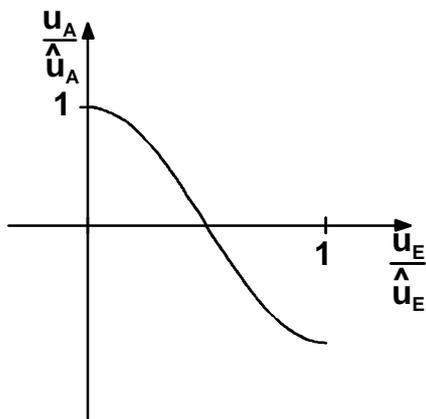


Bild 2.57 Cosinusfunktion

Mit einem Umkehrverstärker erhält man für

$$0 \leq u_E \leq \hat{u}_E$$

$$-u_E' = -2u_E + \hat{u}_E.$$

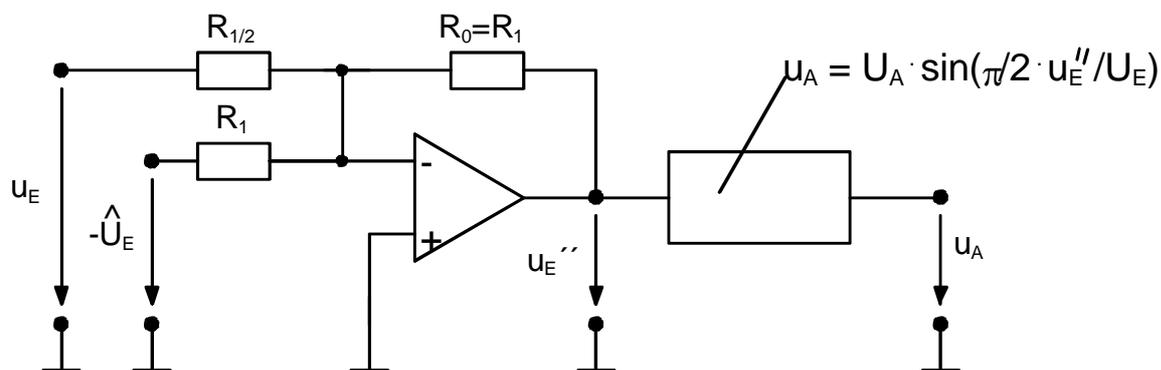


Bild 2.58 Cosinus-Funktionsbildner

Bei Arcus-Funktionen wird ein Netzwerk entsprechend dem Rückkoppelnetzwerk in Bild 2.55 in den Verstärkereingang geschaltet.

Beliebige Funktionsnetzwerke werden aus einem Netz von Operationsverstärkern hergestellt, deren einzelne Knickpunkte sich durch Potentiometer einstellen lassen, sowohl für positive als auch für negative Signale. Weiterhin sind Netzwerke durch Approximation einer Reihenentwicklung möglich. Z.B.:

$$\sin x = x - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!}$$

Für derartige universelle Funktionsbildner sind Multiplizierer erforderlich.

## 2.6 Multiplizierer

Höhere Rechenfunktionen wie Multiplizieren, Dividieren, Potenzieren, Radizieren können mit Analog-Multiplizierern durchgeführt werden. Auch bei Analog-Multiplizierern werden die physikalischen Funktionen von Elektronik-Bauelementen genutzt.

Im folgenden werden nur elektronische Multiplizierer mit den folgenden physikalisch mathematischen Zusammenhängen besprochen:

- Diodenkennlinie :  $I = I_{RS} \cdot (1 - e^{-\frac{U_D}{mU_T}})$
- Transistor : Steilheit  $S = dI_C/dU_{BE}$
- Feldeffekttransistor : Steilheit  $S = dI_D/dU_{GS}$

### 2.6.1 Multiplizieren mit Logarithmieren

Multiplikationen können auf Additionen von Logarithmen zurückgeführt werden:

$$x \cdot y = e^{\ln x + \ln y}.$$

In ähnlicher Weise ist eine Division möglich

$$x/y = e^{\ln x - \ln y}$$

oder eine Multiplikation und Division:

$$\frac{x \cdot y}{z} = e^{\ln x + \ln y - \ln z}$$

Eine einfache Ausführung eines Logarithmierers mit Dioden wird zu ungenau (Nullpunktsfehler, Temperatur). Deshalb werden temperaturkompensierte Schaltungen mit Transistoren ausgeführt.

Generell gilt: Da  $\ln 0 \rightarrow -\infty$  geht, werden nur Funktionswerte  $x, y, z > 0$  zugelassen (Einquadantenmultiplizierer).

Heute sind diese Multiplizierer als ICs erhältlich.

### 2.6.2 Steilheits-Multiplizierer

Mit einer Differenzverstärkerstufe wird  $u_x \cdot u_y$  gebildet. Für die folgenden Beziehungen:

$$I_{C1,2} \sim U_x$$

$$I_E \sim U_y.$$

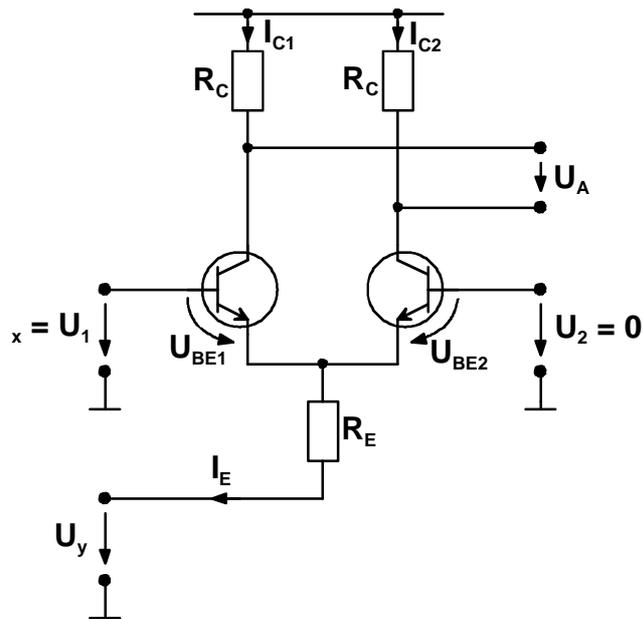


Bild 2.59 Steilheits-Multiplizierer

Aus der Differenz der Kollektorströme erhält man:

$$I_{C1} = I_{CS} \cdot e^{\frac{U_{BE1}}{U_T}} \quad I_{C2} = I_{CS} \cdot e^{\frac{U_{BE2}}{U_T}}$$

$$I_{C1} + I_{C2} = I_E \quad \text{für } I_B \rightarrow 0$$

$$U_1 - U_{BE1} + U_{BE2} - U_2 = 0; \quad U_2 = 0 \rightarrow U_1 = U_{BE1} - U_{BE2}$$

$$\frac{I_{C1}}{I_{C2}} = d \frac{U_1}{U_T} \quad I_E = I_{C1} + I_{C2} \quad (I_B \rightarrow 0)$$

$$I_{C2} = I_E - I_{C1}, \quad I_{C1} = I_E - I_{C2}$$

$$I_{C1} = (I_E - I_{C1}) \cdot e^{\frac{U_1}{U_T}} \quad I_{C1} = \frac{I_E \cdot e^{\frac{U_1}{U_T}}}{1 + e^{\frac{U_1}{U_T}}} \quad I_{C2} = \frac{I_E}{1 + e^{\frac{U_1}{U_T}}}$$

$$I_{C2} \cdot e^{\frac{U_1}{U_T}} = I_E - I_{C2} \quad I_{C1} - I_{C2} = I_E \cdot \frac{e^{\frac{U_1}{U_T}} - 1}{e^{\frac{U_1}{U_T}} + 1} = I_E \tanh h \frac{U_1}{2U_T}$$

Reihe für  $\tanh h x$  wird:  $\tanh x = x - \frac{1}{3}x^3 + \frac{2}{15}x^5 - + \dots$

wird für kleine  $x$ :  $\tanh h x = x$

Somit ist:  $I_{C1} - I_{C2} \approx I_E \cdot \frac{U_1}{2U_T} \quad U_1 = U_x$

In einer praktischen Ausführung muss infolge  $|U_y| \gg U_{BE}$  anstelle von  $R_E$  eine gesteuerte Stromquelle eingesetzt werden.

Integrierte Schaltungen z.B. Intersil 8013.

### 2.6.3 FET-Multiplizierer

Für einen mit Widerständen beschalteten Verstärker erhält man:

$$U_A = -U_E \cdot \frac{R_0}{R_1} = -U_E \cdot R_0 \cdot G_1 \quad G_1 = \frac{1}{R_1}$$

Wenn  $G_1 = f(U_x)$  als steuerbarer Widerstand ausgeführt wird mit  $G_1 = C \cdot U_x$  erhält man mit  $U_E = U_y$  in bestimmten Grenzen

$$U_A = -U_y \cdot U_x \cdot C \cdot R_0.$$

Stetig steuerbare Widerstände haben einen endlichen Widerstandswert, d.h. sie sind nicht von  $0\Omega$  steuerbar. Feldeffekttransistoren als steuerbare Widerstände haben einen endlichen Kanalwiderstand.

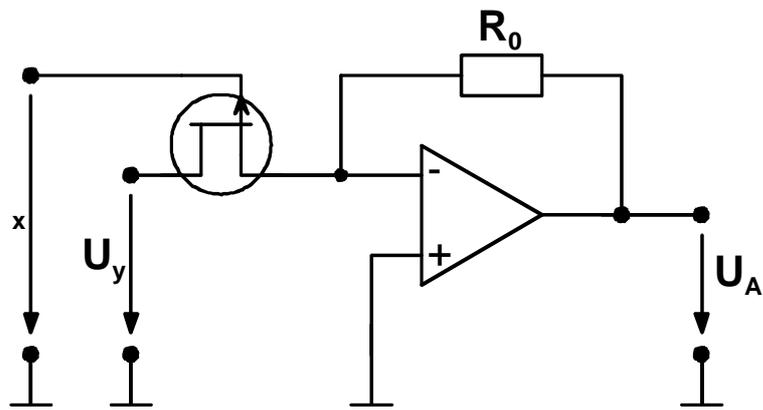


Bild 2.60 FET-Multiplizierer für eingeschränkten Steuerbereich